Programme du test 2

Préparation au CAPES de mathématiques - Analyse

Conseils

Voici le programme du deuxième test portant sur le cours. Le test consistera en une série de théorèmes du cours, de définitions à énoncer, de démonstration de théorèmes du cours à retrouver rapidement et de petits exercices fondamentaux. Pour les démonstrations des théorèmes et pour les exercices, on peut utiliser les théorèmes du cours de façon précise et cohérente. On peut essayer de réviser par paliers, en ne passant au palier $n+1$ qu'après maîtrise du palier n.

Lorsque la nature du terme général de la série n'est pas précisée, c'est à vous de la donner.

Palier 1

• Définir la convergence d'une série de terme général complexe.
• Définir la somme partielle associée à une série de terme général complexe ainsi que la suite des reste d'une série convergente. On démontrera que cette suite existe.
• Définir la convergence absolue d'une série de terme général complexe.
• Traduire le critère de Cauchy pour une série de terme général complexe.
• Montrer que la convergence absolue d'une série de terme général complexe entraîne sa convergence.
• Enoncer et démontrer le théorème de comparaison des séries à termes positifs.
• Montrer que si $\sum u_n$ converge, alors (u_n) converge vers 0.
• Soit $\lambda \in \mathbb{C}$. Enoncer et démontrer un théorème reliant convergences et sommes des séries $\sum u_n$, $\sum v_n$ et $\sum(u_n + \lambda v_n)$.

Palier 2

• Enoncer et démontrer un théorème de comparaison mettant en jeu un équivalent.
• Enoncer le critère de Riemann pour les séries.
• Enoncer la règle de d'Alembert pour les séries.
• Enoncer le théorème de convergence des séries alternées avec majoration du reste.
• Etudier la convergence de la série $\sum \frac{\ln(n)}{n^3+1}$.
• Etudier la convergence et la convergence absolue de la série $\sum \frac{(-1)^n}{\ln(n)}$.
• Etudier la convergence de la série $\sum \frac{Arctan(n)\ln(n)}{n^2+n}$.
• Etudier la convergence de la série $\sum(n^2 \cos(\frac{\sqrt{2}}{n}) - n^2)$.

Palier 3

- Démontrer le critère de Riemann dans le cas des séries $\sum \frac{1}{n^\alpha}$ avec $\alpha > 1$.
- Démontrer le critère de Riemann dans le cas des séries $\sum \frac{1}{n^\alpha}$ avec $\alpha < 1$.
- Démontrer le critère de Riemann dans le cas de la série $\sum \frac{1}{n}$.
- Enoncer et démontrer le théorème de convergence des séries alternées avec majoration du reste.
- Enoncer la règle de d'Alembert pour les séries.
- Enoncer le théorème précisant les équivalences des restes de deux séries $\sum\ u_n$ et $\sum\ v_n$ lorsque $u_n \sim v_n$ et $\sum\ u_n$ converge.
- Enoncer le théorème précisant les équivalences des sommes partielles de deux séries $\sum\ u_n$ et $\sum\ v_n$ lorsque $u_n \sim v_n$ et $\sum\ u_n$ diverge.

Palier 4

- Enoncer et démontrer la règle de d'Alembert pour les séries.
- Enoncer et démontrer le théorème précisant les équivalences des sommes partielles de deux séries $\sum\ u_n$ et $\sum\ v_n$ lorsque $u_n \sim v_n$ et $\sum\ u_n$ diverge.
- Enoncer et démontrer le théorème précisant les équivalences des restes de deux séries $\sum\ u_n$ et $\sum\ v_n$ lorsque $u_n \sim v_n$ et $\sum\ u_n$ converge.