Test 1

Master Enseignement de Mathématiques - Analyse

Pour les démonstrations des théorèmes et pour les exercices, on peut utiliser les théorèmes du cours de façon précise et cohérente. On peut essayer de réviser par paliers, en ne passant au palier $n+1$ qu'après maîtrise du palier n.

Lorsque le contexte ou la nature du terme général d'une suite n'est pas précisée, c'est à vous de préciser.

Palier 1

• Définition de relation d'ordre.
• Définition de relation d'ordre total.
• Donner la définition de relation d'équivalence.
• Définition de majorant et de minorant pour une relation d'ordre.
• Donner la définition de plus grand élément et de plus petit élément pour une relation d'ordre.
• Définition de la borne supérieure (et inférieure) pour une relation d'ordre.
• Savoir définir une suite réelle (ou complexe, ou à valeurs dans $\mathbb{R}^n$).
• Enoncer un théorème assurant l'existence (et même mieux...) d'une suite $(u_n)_{n\geq n_0}$ définie par son premier élément u_{n_0} et une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$.

Palier 2

• Définition d'une suite extraite d'une suite.
• Définition d'une suite convergente en termes d'epsilon.
• Définition d'une suite convergente en termes de voisinage.
• Donner la définition d'une suite convergente donnée au lycée.
• Donner la définition d'une suite divergente vers $+\infty$.
• Définition d'une suite de Cauchy.
• Montrer en vous ramenant à la définition qu'une suite réelle de Cauchy est bornée.
• Enoncer le théorème sur la borne supérieure (inférieure) dans $\mathbb{R}$.
• Enoncer le théorème discutant la convergence ou la divergence d'une suite de terme général a^n (avec $a \in \mathbb{C}$). Attention, ce point est souvent mal traité !
• Calculer la limite de la suite $(\frac{3n+2\sin(n)}{n+2})_{n\in\mathbb{N}}$. (On peut utiliser les théorèmes du cours, mais on doit rédiger proprement).

Palier 3

• Savoir énoncer la caractérisation de la borne supérieure d'une partie de $\mathbb{R}$.
• Enoncer et démontrer le théorème sur la somme des limites de suites réelles convergentes.

• Démontrer qu'une suite convergente est de Cauchy.
• Enoncer et démontrer le théorème sur les suites adjacentes.
• Enoncer et démontrer le théorème des gendarmes.
• Lorsque $(z_n)_n$ est une suite de complexes, savoir faire le lien entre la convergence de $(z_n)_n$, de $(Re(z_n))_n$ et de $(Im(z_n))_n$.
• Démontrer que si (u_n) est une suite réelle convergente de limite réelle l et si λ est un réel, alors la suite (λu_n) converge vers λl.
• Démontrer que si (u_n) et (v_n) sont des suites réelles qui divergent vers $+\infty$ (respectivement $-\infty$) , alors la suite $u_n + v_n$ diverge vers $+\infty$ (respectivement $-\infty$).
• Enoncer la règle de d'Alembert pour les suites.
• Sur des exemples simples, savoir démontrer qu'une suite converge vers sa limite en vérifiant la définition.
• Sur des exemples simples, savoir démontrer qu'une suite diverge vers $+\infty$ en vérifiant la définition.

Palier 4

• Enoncer et démontrer le théorème sur l'unicité de la limite d'une suite.
• Enoncer et démontrer le théorème sur les suites croissantes majorées.
• Démontrer la règle de d'Alembert pour les suites.
• Démontrer le théorème sur la convergence du produit de deux suites réelles convergentes.
• Enoncer puis démontrer le théorème discutant la convergence ou la divergence d'une suite de terme général a^n (avec $a \in \mathbb{C}$).