Test de probabilités et statistiques

Master Enseignement de Mathématiques - Probabilités et Statistiques

Comme d'habitude, la rédaction doit être irréprochable. On peut s'appuyer sur une définition ou un théorème qui vient avant dans un cours bien construit. A chaque fois, c'est à vous de préciser complètement le contexte.

Le Test consistera en quelques questions de cours et exercices relatifs aux points suivants.

Palier 1

- Connaître les définitions de base des probabilités (espace probabilisé, probabilité, probabilité conditionnelle).
- Connaître une définition de la probabilité d'un évènement pouvant être donnée au collège, selon une approche fréquentiste.
- Connaître les définitions relatives aux variables aléatoires : savoir définir une variable aléatoire en toute généralité, puis une variable aléatoire finie, discrète ou à densité.
- Connaître la définition d'une fonction de répartition, les principales propriétés vérifiées par une fonction de répartition, et savoir les démontrer.
- Connaître la formule des probabilités totales (il en existe plusieurs versions : en maîtriser au moins une). Savoir la démontrer.
- Connaître les formules de Bayes simple (cas à deux évènements) et le cas plus général (concernant un nombre fini d'évènements). Savoir les démontrer.
- Connaître les définitions d'espérance, de variance, d'écart-type, de covariance. On distinguera les cas finis, discrets, et continus.
- Connaître un exemple de variable aléatoire discrète n'admettant pas d'espérance. De même pour le cas continu.

Palier 2

- Savoir définir la convergence en loi.
- Savoir définir la convergence en probabilité.
- Savoir citer une implication entre convergence en loi et convergence en probabilités. (sans démonstration)
- Connaître le vocabulaire de base des statistiques descriptives univariées, dans le cas discret : effectif total, fréquence, moyenne, médiane, mode, fractile d'ordre α . Savoir les calculer.
- Connaître le vocabulaire des chaînes de Markov au programme du lycée, de la distribution stable.
- Suivant le programme de 1ere, savoir étudier l'application $x \mapsto E((X - x)^2)$.
- Savoir écrire le pseudocode d'algorithmes répétant une expérience aléatoire donnée pour obtenir une valeur approchée d'une espérance ou d'une probabilité.

Palier 3

- Savoir énoncer et démontrer l'inégalité de Markov (pour la démonstration, on se contentera du cas discret. Dans la démonstration, on sera prudent concernant la convergence de chaque série utilisée).
- Savoir énoncer et démontrer l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.
- Savoir énoncer et démontrer une inégalité de concentration au programme du lycée.
- Savoir énoncer et démontrer la loi faible des grands nombres.
- Savoir appliquer ces théorèmes dans des cas simples.