

## EVALUATION DU 2 OCTOBRE 2022

Durée : 2 h

L'usage des calculatrices, téléphones, et de tout dispositif électronique est interdit. Il ne faut pas hésiter à traiter les questions dans l'ordre de son choix. Quand ce n'est pas précisé on considère qu'un espace probabilisé  $(\Omega, \mathcal{A}, p)$  correspond aux différentes situations décrites.

Bien lire le sujet et commencer par ce que vous préférez. Le barème n'est donné qu'à titre indicatif.

Comme d'habitude, on justifiera précisément tout résultat annoncé.

Exercice A (*environ 6*)

**A.1.** Donner une définition d'un *arrangement*, puis un théorème donnant une expression du nombre d'arrangements. Démontrer ce théorème.

**A.2.** On souhaite montrer la croissance d'une probabilité  $p$ , c'est-à-dire, pour le dire vite et mal, que si  $A \subset B$ , alors  $p(A) \leq p(B)$ . Enoncer proprement ce résultat et le montrer :

- dans le contexte du supérieur, en s'appuyant sur la définition d'une probabilité.
- dans le contexte d'une classe de Seconde, avec une démonstration qui s'appuie et fasse manipuler la définition de la classe de Seconde de loi de probabilités.

**A.3.** Donner un énoncé précisant le nombre de fonctions injectives d'un ensemble à  $k$  éléments dans un ensemble à  $m$  éléments. Le démontrer.

Exercice B (*environ 5 points*)

On lance 10 fois un dé à 6 faces et on note successivement les résultats obtenus. On peut obtenir par exemple 5321144632.

**B.1** Combien y a-t-il de résultats possibles ?

**B.2** Combien y a-t-il de résultats avec six chiffres pairs et quatre chiffres impairs ?

**B.3** Combien y a-t-il de résultats avec simultanément un 1, deux 2, trois 3 et quatre 4 ?

**B.4** Combien y a-t-il de résultats dont la somme des chiffres vaut douze ?

Tournez la page S.V.P

### Exercice C *(environ 5 points)*

On considère un jeu de cartes classique, avec 52 cartes partagées en 4 *couleurs* : pique, coeur, carreau et trèfle.

- C.1.** Combien y a-t-il de façons de partager l'ensemble des cartes entre 4 joueurs ?
- C.2.** Quelle est la probabilité que chaque joueur ait toutes ses cartes de la même couleur ?
- C.3.** Quelle est la probabilité qu'exactement deux des joueurs aient toutes leurs cartes de la même couleur ? (On ne cherche pas à simplifier l'expression obtenue.)

### Exercice D *(au plus 3 points)*

**D.1.** Un échiquier est une grille carrée de 8 cases de côté. Une tour est une pièce qui peut se déplacer (et prendre une autre pièce) aussi loin qu'elle le souhaite horizontalement ou verticalement).

On place trois tours au hasard sur l'échiquier, sur des cases différentes. Quelle est la probabilité qu'aucune tour ne puisse en prendre une autre ?

**D.2.** On pose la même question avec huit tours.